

# ***PACES***

## **TOUT L'UE3 EN FICHES**

**Organisation des appareils et des systèmes :  
bases physiques des méthodes d'exploration**

**2<sup>e</sup> édition**

**Salah Belazreg**

Professeur agrégé et docteur en physique,  
il enseigne au lycée Camille Guérin à Poitiers.  
Il a enseigné la biophysique et les biostatistiques  
en classes préparatoires aux concours de Médecine.



Le pictogramme qui figure ci-contre mérite une explication. Son objet est d'alerter le lecteur sur la menace que représente pour l'avenir de l'écrit, particulièrement dans le domaine de l'édition technique et universitaire, le développement massif du photocopillage.

Le Code de la propriété intellectuelle du 1<sup>er</sup> juillet 1992 interdit en effet expressément la photocopie à usage collectif sans autorisation des ayants droit. Or, cette pratique s'est généralisée dans les établissements

d'enseignement supérieur, provoquant une baisse brutale des achats de livres et de revues, au point que la possibilité même pour

les auteurs de créer des œuvres nouvelles et de les faire éditer correctement est aujourd'hui menacée.

Nous rappelons donc que toute reproduction, partielle ou totale, de la présente publication est interdite sans autorisation de l'auteur, de son éditeur ou du Centre français d'exploitation du

droit de copie (CFC, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris).



© Dunod, 2015

5 rue Laromiguière, 75005 Paris  
www.dunod.com

ISBN 978-2-10-072730-8

© Dunod 2011 pour la 1<sup>re</sup> édition

Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant, aux termes de l'article L. 122-5, 2<sup>o</sup> et 3<sup>o</sup> a), d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite » (art. L. 122-4).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

# Table des matières

## Physique

### [Mécanique]

Fiche cours	<b>1</b>	Cinématique du point	2
Fiche cours	<b>2</b>	Dynamique du point matériel	6
Fiche cours	<b>3</b>	Étude énergétique	8
Fiche cours	<b>4</b>	Chocs entre deux particules	12
Fiche cours	<b>5</b>	Les oscillateurs mécaniques	15
Fiche QCM	<b>6</b>	QCM	19

### [Thermodynamique]

Fiche cours	<b>7</b>	Théorie cinétique du gaz parfait	27
Fiche cours	<b>8</b>	Statique des fluides ou hydrostatique	32
Fiche cours	<b>9</b>	Premier principe de la thermodynamique	35
Fiche cours	<b>10</b>	Paramètres d'état. Transformations. Travail échangé au cours d'une transformation réversible	39
Fiche cours	<b>11</b>	Second principe de la thermodynamique	42
Fiche cours	<b>12</b>	Changements de phases d'un corps pur	45
Fiche cours	<b>13</b>	Phénomènes de transport	49
Fiche cours	<b>14</b>	Thermodynamique chimique	53
Fiche QCM	<b>15</b>	QCM	57

### [Mécanique des fluides]

Fiche cours	<b>16</b>	Les phénomènes de surface	63
Fiche cours	<b>17</b>	Mécanique des fluides	67
Fiche QCM	<b>18</b>	QCM	71

### [Électricité – Électromagnétisme]

Fiche cours	<b>19</b>	Champ et potentiel électrostatiques	76
Fiche cours	<b>20</b>	Le dipôle électrostatique	80
Fiche cours	<b>21</b>	Flux du vecteur champ électrique. Théorème de Gauss	83

Fiche cours	<b>22</b>	Condensateurs. Capacité . . . . .	.86
Fiche cours	<b>23</b>	Électrocinétique . . . . .	.91
Fiche cours	<b>24</b>	Milieux conducteurs . . . . .	.94
Fiche cours	<b>25</b>	Champ d'induction magnétique . . . . .	.98
Fiche cours	<b>26</b>	Action d'un champ magnétique $\vec{B}$ sur un circuit fermé . . . . .	.102
Fiche cours	<b>27</b>	Mouvement d'une particule chargée dans un champ uniforme . . . . .	.104
Fiche QCM	<b>28</b>	QCM . . . . .	.109

## [Ondes]

Fiche cours	<b>29</b>	Généralités sur les ondes . . . . .	.115
Fiche cours	<b>30</b>	Effet Doppler-Fizeau . . . . .	.118
Fiche cours	<b>31</b>	Notions sur les ondes électromagnétiques . . . . .	.121
Fiche cours	<b>32</b>	Interférences. Diffraction . . . . .	.125
Fiche QCM	<b>33</b>	QCM . . . . .	.130

## [Optique géométrie]

Fiche cours	<b>34</b>	Fondements de l'optique géométrique . . . . .	.134
Fiche cours	<b>35</b>	Dioptries . . . . .	.138
Fiche cours	<b>36</b>	Les lentilles minces . . . . .	.142
Fiche cours	<b>37</b>	L'œil . . . . .	.145
Fiche cours	<b>38</b>	Les instruments d'optique . . . . .	.147
Fiche QCM	<b>39</b>	QCM . . . . .	.152

## [Lumière et ondes]

Fiche cours	<b>40</b>	Les origines de la physique quantique . . . . .	.159
Fiche cours	<b>41</b>	Niveaux d'énergie dans un atome . . . . .	.162
Fiche cours	<b>42</b>	Le laser – Oscillateur à fréquence optique . . . . .	.166
Fiche cours	<b>43</b>	Mécanique ondulatoire . . . . .	.170
Fiche QCM	<b>44</b>	QCM . . . . .	.173

# Biophysique

## [Biophysique des solutions]

Fiche cours	<b>45</b>	Généralités sur les solutions aqueuses . . . . .	.182
Fiche cours	<b>46</b>	Acides et bases en solution aqueuse . . . . .	.187
Fiche cours	<b>47</b>	pH d'une solution aqueuse . . . . .	.189
Fiche cours	<b>48</b>	Valeur de pH d'une solution aqueuse . . . . .	.192

Fiche cours	<b>49</b>	Réactions acide-base. Courbes de titrage . . . . .	195
Fiche cours	<b>50</b>	Diagramme de Davenport et troubles acido-basiques . . . . .	199
Fiche cours	<b>51</b>	Osmose . . . . .	202
Fiche cours	<b>52</b>	Mesure de la pression osmotique . . . . .	204
Fiche cours	<b>53</b>	Travail osmotique . . . . .	206
Fiche cours	<b>54</b>	Phénomènes électriques. Effet Donnan . . . . .	208
Fiche cours	<b>55</b>	Ultrafiltration . . . . .	210
Fiche QCM	<b>56</b>	QCM . . . . .	213

### [Les radiations ionisantes]

Fiche cours	<b>57</b>	Le noyau atomique . . . . .	217
Fiche cours	<b>58</b>	Stabilité des noyaux . . . . .	221
Fiche cours	<b>59</b>	La radioactivité . . . . .	224
Fiche cours	<b>60</b>	Les différentes radioactivités . . . . .	226
Fiche cours	<b>61</b>	Décroissance radioactive . . . . .	231
Fiche cours	<b>62</b>	Une application de la radioactivité. La datation .	234
Fiche cours	<b>63</b>	Filiations radioactives . . . . .	236
Fiche cours	<b>64</b>	Les réactions nucléaires provoquées . . . . .	239
Fiche cours	<b>65</b>	Interactions des particules chargées avec la matière . . . . .	241
Fiche cours	<b>66</b>	Spectre des rayons X . . . . .	244
Fiche QCM	<b>67</b>	QCM . . . . .	247

### [Biophysique sensorielle]

Fiche cours	<b>68</b>	Les amétropies sphériques . . . . .	255
Fiche cours	<b>69</b>	L'astigmatisme . . . . .	259
Fiche cours	<b>70</b>	La presbytie . . . . .	261
Fiche cours	<b>71</b>	Ondes sonores et audition . . . . .	264
Fiche cours	<b>72</b>	Propagation des sons . . . . .	266
Fiche cours	<b>73</b>	Sons purs et sons complexes . . . . .	269
Fiche cours	<b>74</b>	L'audition subjective . . . . .	272
Fiche QCM	<b>75</b>	QCM . . . . .	275

### [Imagerie médicale]

Fiche cours	<b>76</b>	Formation des échos. Impédance acoustique . .	281
Fiche cours	<b>77</b>	Atténuation du faisceau ultrasonore . . . . .	284
Fiche cours	<b>78</b>	Imagerie médicale à l'aide des ondes U.S. . . . .	286
Fiche cours	<b>79</b>	L'échographie Doppler . . . . .	288

Fiche cours	80	Les nombres quantiques . . . . .	291
Fiche cours	81	Moments magnétiques de particules chargées . . . . .	294
Fiche cours	82	Les bases physiques de la RMN . . . . .	296
Fiche cours	83	Notions d'imagerie RMN . . . . .	300
Fiche QCM	84	QCM . . . . .	304

## Compléments mathématiques

Fiche méthode	85	Dérivées . . . . .	310
Fiche méthode	86	Primitives. Intégrales . . . . .	312
Fiche méthode	87	Fonctions logarithme et exponentielle . . . . .	315
Fiche méthode	88	Fonctions de plusieurs variables indépendantes . . . . .	318
Fiche méthode	89	Développement de fonctions en séries entières . . . . .	320
Fiche méthode	90	Équations différentielles . . . . .	323
Fiche méthode	91	Vecteurs . . . . .	326
Fiche méthode	92	Grandeurs fondamentales associées à un champ de vecteurs . . . . .	330

# [Physique]

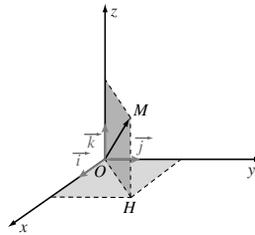


## 1. Repérage d'un point. Le paramètre position

### a. En coordonnées cartésiennes

Soit  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  une base orthonormale directe liée au référentiel  $(\mathcal{R})$ .  
 Tout point  $M$  peut être repéré par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ .  
 Si  $O$  est l'origine du repère, le vecteur position s'écrit :

$$\vec{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \left| \begin{array}{l} x, y \text{ et } z \text{ en m} \\ r = OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) : \text{ base orthonormale} \\ \text{directe liée au référentiel} \end{array} \right.$$



### b. En coordonnées polaires (cas d'un mouvement plan)

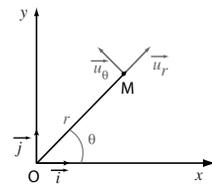
On définit un axe  $Ox$ , axe polaire, et une origine ou pôle  $O$ .

Un point mobile  $M$  peut être repéré par ses coordonnées polaires  $(r, \theta)$

où  $r = OM$  et  $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ .

Le vecteur position s'écrit donc :

$$\vec{OM} = \vec{r} = r\vec{u}_r \quad \left| \begin{array}{l} \vec{r} : \text{ rayon vecteur} \\ \theta : \text{ angle polaire} \end{array} \right.$$



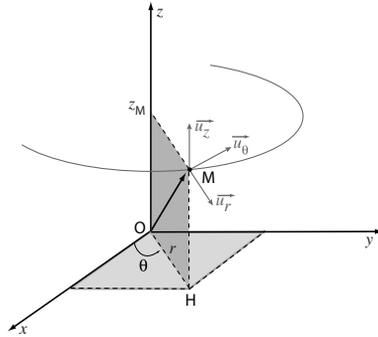
[IMPORTANT]

$(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$  est une base locale mobile, orthonormée directe, liée au point  $M$ .

### c. En coordonnées cylindriques

$$\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM} = r \vec{u}_r + z \vec{u}_z$$

Avec  $r = OH$  et  $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OH})$



## 2. Les grandeurs d'évolution

On définit la vitesse d'un point  $M$  dans le repère  $\mathcal{R}$  par :

$$\vec{v} = \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}}$$

L'accélération du mobile, à l'instant  $t$ , est la dérivée dans  $(\mathcal{R})$  du vecteur vitesse par rapport au temps, soit :

$$\vec{a} = \left( \frac{d\vec{v}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \left( \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \right)_{\mathcal{R}}$$

## 3. Expressions dans différents systèmes de coordonnées

### a. En coordonnées cartésiennes

$$\vec{v} = \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}; \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt}, \dot{y} = \frac{dy}{dt}, \dot{z} = \frac{dz}{dt}$$

$$\vec{a} = \left( \frac{d\vec{v}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k}; \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}, \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}, \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

**b. En coordonnées cylindriques**

$$\vec{v} = \left( \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$$

$$\vec{a} = \left( \frac{d\vec{v}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{z}\vec{u}_z$$

**c. Dans le repère de Frenet**

On introduit un repère mobile  $(\vec{\tau}, \vec{n})$ , lié au mobile  $M$  tel que :

- $$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\tau} : \text{vecteur unitaire porté par la tangente à la courbe et orienté dans} \\ \text{le sens du mouvement} \\ \vec{n} : \text{vecteur unitaire orthogonal à } \vec{\tau} \text{ et dirigé vers la concavité de} \\ \text{la trajectoire} \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = v\vec{\tau} ; \vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a_\tau = \frac{dv}{dt} \\ a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases}$$

**4. Étude de quelques mouvements usuels****a. Mouvement rectiligne uniforme**

Pour un mouvement rectiligne uniforme  $\vec{v} = cste\vec{e}$ , par suite :

$$v = v_0 = cste \quad \text{et} \quad x = v_0t + x_0$$

**b. Mouvement rectiligne uniformément varié**

Un point mobile  $M$  a un mouvement rectiligne uniformément varié si

$\vec{a} = \vec{a}_0 = a_0\vec{i} = cste\vec{e}$ , par suite :

$$(1) a = a_0 = cste$$

$$(2) v = a_0t + v_0 \quad , \text{ soit } v^2 - v_0^2 = 2a_0(x - x_0)$$

$$(3) x = \frac{1}{2}a_0t^2 + v_0t + x_0$$

### c. Mouvement rectiligne sinusoïdal

#### Définition

Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal si sa trajectoire est une droite et sa loi horaire est une fonction sinusoïdale du temps, soit :

$$x = x_m \sin(\omega t + \phi) \quad \left\{ \begin{array}{l} x_m : \text{amplitude du mouvement} \\ \omega : \text{pulsation (en rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{)} \\ \phi : \text{phase à l'origine (en rad)} \\ (\omega t + \phi) : \text{phase à la date } t \text{ (en rad)} \end{array} \right.$$

#### Vitesse et accélération du mobile

$$v = \dot{x} = \omega x_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$a = \ddot{x} = -\omega^2 \underbrace{x_m \sin(\omega t + \phi)}_{x(t)} = -\omega^2 x, \text{ soit } \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

### d. Mouvement circulaire uniforme

#### Définition

Un point mobile  $M$  a un mouvement circulaire uniforme lorsqu'il se déplace sur un cercle fixe, de rayon  $R$ , par rapport au repère d'espace choisi à la vitesse angulaire  $\omega_0 = \dot{\theta} = cste$ .

#### Vitesse et accélération du mobile

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta = R\omega\vec{u}_\theta$$

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\vec{u}_r = -R\omega_0^2\vec{u}_r$$

L'accélération  $\vec{a}$  est centripète et le mouvement est périodique de période  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

**1. Les éléments cinématiques****a. Quantité de mouvement d'un point matériel**

Soit un point matériel  $M$ , de masse  $m$ , se déplaçant à la vitesse  $\vec{v}$  dans un repère  $(\mathcal{R})$ .

Le vecteur quantité de mouvement du point matériel  $M$ , noté  $\vec{p}$ , dans le repère  $(\mathcal{R})$  s'écrit :

$$\vec{p} = m \vec{v} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{p} : \text{vecteur quantité de mouvement} \\ m : \text{masse du point matériel} \\ \vec{v} : \text{vecteur vitesse du point matériel} \end{array} \right.$$

**b. Énergie cinétique**

Un point matériel de masse  $m$ , se déplaçant à la vitesse  $v$ , dans un référentiel  $(\mathcal{R})$ , possède une énergie cinétique telle que :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad \left| \begin{array}{l} \mathcal{E}_c \text{ en J} \\ m \text{ en kg} \\ v \text{ en m} \cdot \text{s}^{-1} \end{array} \right.$$

**c. Relation entre énergie cinétique et quantité de mouvement**

Comme  $\vec{p} = m \vec{v}$ , alors  $\vec{p}^2 = m^2 \vec{v}^2$  et par suite :

$$\mathcal{E}_c = \frac{p^2}{2m}; \quad p : \text{module du vecteur quantité de mouvement}$$

**2. Les différentes lois de Newton****a. Principe d'inertie (1<sup>re</sup> loi de Newton)**

Le centre d'inertie d'un solide (pseudo) isolé est tel que :

- s'il est au repos, il reste au repos ;
- s'il est en mouvement, son mouvement est rectiligne uniforme.

$$\sum \vec{f}_{ext} = \vec{0} \implies \begin{array}{c} \text{système isolé} \\ \text{ou} \\ \text{pseudo-isolé} \end{array} \implies \begin{cases} \vec{v}_G = \vec{cste} \\ \vec{p} = \vec{cste} \end{cases}$$

### **b. Relation fondamentale de la dynamique (2<sup>e</sup> loi de Newton)**

Pour un point matériel de masse  $m$ , de quantité de mouvement  $\vec{p}$ , soumis à un ensemble de force  $\sum \vec{f}_{ext}$ , on a :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{f}_{ext}$$

Pour un point matériel de masse  $m = cste$ , on a :

$$m\vec{a}_G = \sum \vec{f}_{ext} \quad \left| \begin{array}{l} m : \text{masse du solide} \\ \vec{a}_G : \text{vecteur accélération du centre d'inertie} \\ \sum \vec{f}_{ext} : \text{ensemble des forces s'exerçant sur le solide} \end{array} \right.$$

### **c. Principe des actions réciproques (3<sup>e</sup> loi de Newton)**

Si un système (A) exerce sur un système (B) une force  $\vec{F}_{A/B}$  alors (B) exerce sur (A) une force  $\vec{F}_{B/A}$  telle que :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

#### [ATTENTION]

Quel que soit l'état de mouvement de A par rapport à B, on a toujours l'égalité vectorielle :  $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ .

**1. Travail d'une force****a. Cas d'une force  $\vec{F}$  constante**

Lors d'un déplacement de son centre d'inertie d'un point  $A$  à un point  $B$ , le travail d'une force constante  $\vec{F}$  agissant sur un solide animé d'un mouvement rectiligne par rapport à un référentiel ( $\mathcal{R}$ ) est donné par :

$$\begin{aligned} W(\vec{F})_{A \rightarrow B} &= \vec{F} \cdot \vec{AB} \\ &\text{ou} \\ W(\vec{F})_{A \rightarrow B} &= F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \vec{AB}) \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} F \text{ en N} \\ AB \text{ en m} \\ W(\vec{F})_{A \rightarrow B} \text{ en J} \end{array} \right.$$

**b. Cas d'une force variable pour un déplacement quelconque**

Lors d'un déplacement élémentaire du point d'application d'une force  $\vec{F}$  constante, le **travail élémentaire**  $\delta W$  vaut :

$$\begin{aligned} \delta W(\vec{F}) &= \vec{F} \cdot \vec{\delta l} \\ &\text{ou} \\ \delta W(\vec{F}) &= F \cdot \delta l \cdot \cos(\vec{F}, \vec{\delta l}) \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} F \text{ en N} \\ \delta l \text{ en m} \\ \delta W(\vec{F}) \text{ en J} \end{array} \right.$$

Le **travail total** de la force  $\vec{F}$  lorsque son point d'application se déplace de  $A$  en  $B$  s'écrit :

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \sum_A^B \delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F} \cdot \vec{\delta l}$$

ou sous forme intégrale :

$$W(\vec{F})_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \text{ avec } d\vec{l} = \overrightarrow{MM'} = \vec{v} dt$$

## 2. Théorème de l'énergie cinétique

### a. Énergie cinétique

Un point matériel de masse  $m$  se déplaçant à la vitesse  $\vec{v}$ , dans un référentiel ( $\mathcal{R}$ ), possède une énergie, appelée énergie cinétique, telle que :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \left| \begin{array}{l} \mathcal{E}_c \text{ en J} \\ m \text{ en kg} \\ v \text{ en m} \cdot \text{s}^{-1} \end{array} \right.$$

### b. Puissance d'une force

Par définition, la puissance est égale au travail fourni par unité de temps, soit :

$$\mathcal{P} = \frac{\delta W}{\delta t} \quad \left| \begin{array}{l} W \text{ en J} \\ t \text{ en s} \\ \mathcal{P} \text{ en W} \end{array} \right.$$

Pendant la durée  $\delta t$ , le point d'application de la force  $\vec{F}$  s'est déplacé de  $\vec{\delta l}$ .

Le travail élémentaire s'écrit donc :

$$\delta W = \vec{F} \cdot \vec{\delta l} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt, \text{ où } \vec{v} = \frac{\vec{\delta l}}{\delta t}$$

et par suite :

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \left| \begin{array}{l} F \text{ en N} \\ v \text{ en m} \cdot \text{s}^{-1} \\ \mathcal{P} \text{ en W} \end{array} \right.$$

### c. Relation entre la puissance et l'énergie cinétique

On a  $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ . Comme  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$  alors  $\mathcal{P} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v}$ .

La masse  $m$  étant constante, on peut donc écrire :

$$\mathcal{P} = \frac{d}{dt}(\mathcal{E}_c) \quad \left| \begin{array}{l} \mathcal{P} \text{ en W} \\ \mathcal{E}_c \text{ en J} \end{array} \right.$$

### d. Théorème de l'énergie cinétique

Pour un point  $M$  matériel, de masse  $m$ , se déplaçant à la vitesse  $\vec{v}$ , dans un référentiel ( $\mathcal{R}$ ) galiléen, soumis à un ensemble de forces dont la résultante est  $\vec{F}$  :

$$d\mathcal{E}_c = \delta W(\vec{F}), \text{ soit } \Delta\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_{c2} - \mathcal{E}_{c1} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = W_{1 \rightarrow 2}(\vec{F})$$

## 3. Énergie potentielle. Énergie mécanique

### a. Force conservative

Une force  $\vec{F}$  est dite conservative s'il existe une fonction  $\mathcal{E}_p$ , dépendant uniquement des coordonnées de position, telle que :

$$d\mathcal{E}_p = -\vec{F} \cdot d\vec{l} \quad \left| \begin{array}{l} \mathcal{E}_p \text{ en J} \\ F \text{ en N} \\ l \text{ en m} \end{array} \right.$$

$\mathcal{E}_p$  est homogène à une énergie

$\mathcal{E}_p$  est appelée énergie potentielle de la particule  $M$  associée à la force  $\vec{F}$ .

Dans le cas d'une force  $\vec{F} = F(x) \cdot \vec{u}_x$  ne dépendant que d'une seule coordonnée  $x$ , on a :

$$d\mathcal{E}_p = -F(x) \cdot dx, \text{ soit } F(x) = -\frac{d\mathcal{E}_p}{dx}$$

### b. Relation entre travail et énergie potentielle

Le travail élémentaire d'une force  $\vec{F}$  est  $\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l}$ .

Si  $\vec{F}$  est conservative alors  $\vec{F}$  dérive d'une énergie potentielle  $\mathcal{E}_p$  telle que  $d\mathcal{E}_p = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$ , soit :

$$\delta W = -d\mathcal{E}_p$$

Le travail total de la force  $\vec{F}$  s'écrit donc :

$$W(\vec{F})_{1 \rightarrow 2} = - \int_1^2 d\mathcal{E}_p = - [\mathcal{E}_p]_{\mathcal{E}_{p1}}^{\mathcal{E}_{p2}} = \mathcal{E}_{p1} - \mathcal{E}_{p2}$$

(Le travail de la force  $\vec{F}$  est indépendant du chemin suivi)

### c. Énergie mécanique d'un corps

Dans le cas d'un référentiel galiléen, on a vu que  $d\mathcal{E}_c = \delta W$ .

Si la force  $\vec{F}$  est conservative, alors il existe une fonction  $\mathcal{E}_p$  telle que  $dW = -d\mathcal{E}_p$ .

En combinant les deux dernières relations, on obtient  $d\mathcal{E}_c = -d\mathcal{E}_p$ , soit  $d(\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p) = 0$ , c'est-à-dire :

$$\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = \mathcal{E}_m = cste$$

La somme  $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p$ , qui se conserve au cours du temps, est appelée énergie mécanique de la particule  $M$ .

# Chocs entre deux particules

## 1. Impulsion – Percussion

Pour une particule de masse  $m$  et animée d'une vitesse  $\vec{v}$  à l'instant  $t$  :

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad \left| \begin{array}{l} \vec{F} : \text{résultante des forces agissant sur} \\ \text{la particule entre les instants } t \text{ et } t + \Delta t \\ \vec{I} : \text{impulsion de la force } \vec{F} \end{array} \right.$$

### [IMPORTANT]

- Si  $\vec{F}$  reste constante dans l'intervalle de temps  $\Delta t = t_2 - t_1$  et si  $\Delta t$  est très petit alors  $\vec{I}$  est appelé percussion.
- Comme  $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ , alors :  $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \Delta\vec{p}$

L'impulsion reçue par un point matériel est égale à la variation de la quantité de mouvement de ce point matériel.

## 2. Chocs entre deux particules

Soient deux particules (1) et (2) de masses  $m_1$  et  $m_2$ .

Si les deux particules viennent à se rencontrer, on dit qu'il y a collision ou choc entre les deux particules.

Le système constitué par deux particules qui entrent en collision est un système isolé. Au cours d'un choc :

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{0} \quad \left| \begin{array}{l} \vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 : \text{vecteur quantité} \\ \text{de mouvement de la particule} \\ (1) \text{ de masse } m_1 \\ \text{soit} \\ \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 : \text{vecteur quantité} \\ \text{de mouvement de la particule} \\ (2) \text{ de masse } m_2 \end{array} \right.$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{cste}$$

Le système constitué par deux particules qui entrent en collision est un système isolé.

La conservation de la quantité de mouvement donne :

$$\underbrace{\vec{p}_1 + \vec{p}_2}_{\text{(avant le choc)}} = \underbrace{\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2}_{\text{(après le choc)}}$$

### 3. Chocs élastiques et chocs inélastiques

Soient deux particules de masse  $m_1$  et  $m_2$ ,  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  leurs vecteurs vitesse avant le choc et  $\vec{v}'_1$  et  $\vec{v}'_2$  leurs vecteurs vitesse après le choc.

#### a. Choc élastique

Au cours d'un choc élastique, outre la conservation de la quantité de mouvement, il y a conservation de l'énergie cinétique :

$$\vec{p} = cste \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_c = cste$$

Ainsi :

$$\underbrace{\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2}_{\text{(avant le choc)}} = \underbrace{\frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2}_{\text{(après le choc)}}$$

Soit :

$$\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2}$$

[IMPORTANT]

- Lorsque les particules après le choc sont identiques aux particules initiales, on a un processus de « diffusion » et on parle alors de **diffusion élastique**.
- Dans le cas de particules chargées, il y a conservation de la charge électrique.

#### b. Choc inélastique

Au cours d'un choc inélastique, il y a dissipation de l'énergie.

[ATTENTION]

Au cours d'un choc inélastique, il n'y a pas conservation de l'énergie cinétique.

#### c. Choc central élastique

Un choc entre deux particules est dit central ou « de plein fouet » si les vecteurs vitesse avant et après le choc sont des vecteurs colinéaires.

Pour un choc central élastique, on peut écrire :

$$v'_{1x} = \frac{2m_2 v_{2x} + (m_1 - m_2)v_{1x}}{m_1 + m_2} \quad \text{et} \quad v'_{2x} = \frac{2m_1 v_{1x} - (m_1 - m_2)v_{2x}}{m_1 + m_2}$$

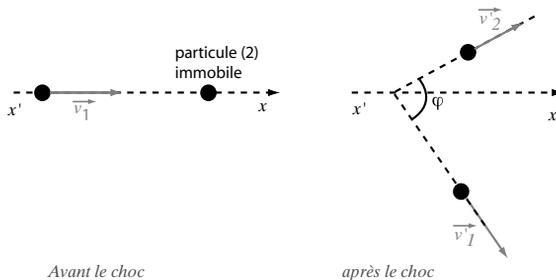
$v_{1x}$  : vitesse de la particule (1) avant le choc  
 $v_{2x}$  : vitesse de la particule (2) avant le choc  
 $v'_{1x}$  : vitesse de la particule (1) après le choc  
 $v'_{2x}$  : vitesse de la particule (2) après le choc

### Cas particuliers :

- Si avant le choc, la particule cible est immobile, soit  $v_{2x} = 0$ , alors :

$$v'_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1x} ; \quad v'_{2x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1x}$$

$\varphi = (\vec{v}'_1, \vec{v}'_2)$  : angle de diffusion



- Si les deux particules se heurtent avec des vitesses opposées, soit  $v_{1x} = -v_{2x}$ .

Si, de plus,  $m_1 = m_2$ , alors :

$$v'_{1x} = v_{2x} = -v_{1x}$$

et

$$v'_{2x} = v_{1x}$$

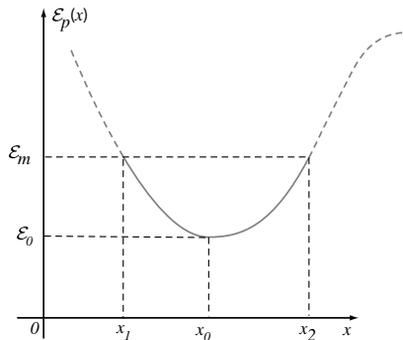
### 1. Définitions

#### a. Qu'est-ce qu'un oscillateur ?

On appelle oscillateur tout système qui effectue des mouvements de va-et-vient autour d'une position d'équilibre stable.

Si  $\mathcal{E}_p$  représente l'énergie potentielle du système, son évolution en fonction de la position  $x$  peut être donnée par le graphe de la figure ci-dessous :

Un oscillateur est un système écarté de sa position d'équilibre stable. Le système se trouve donc dans une cuvette de potentiel.



#### [IMPORTANT]

Les oscillations sont libres quand, une fois écarté de sa position d'équilibre, l'oscillateur est abandonné à lui-même.

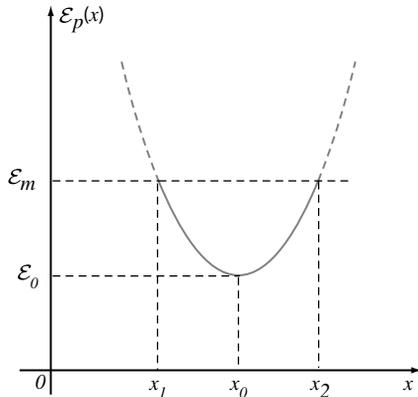
#### b. L'oscillateur harmonique

L'oscillateur est dit harmonique si sa cuvette de potentiel est parabolique.

La position d'équilibre stable correspond à  $x = x_0$ .

Ce mouvement n'a pas de branches infinies, puisque  $x$  est limité à l'intervalle  $[x_1, x_2]$ .

Le mouvement de l'oscillateur dans la cuvette de potentiel est donc un mouvement lié.



Dans le cas d'un oscillateur mécanique en translation selon un axe  $x'Ox$ , par exemple, l'énergie potentielle s'écrit donc sous la forme :

$$\varepsilon_p(x) = Ax^2 + \varepsilon_0 \text{ avec } A = \text{cste} > 0$$

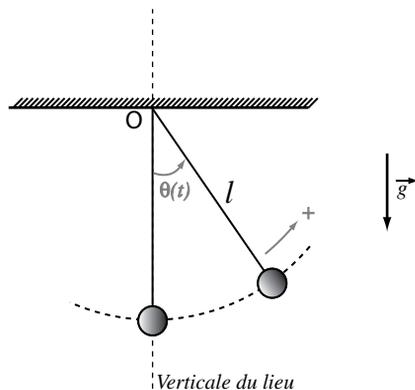
### c. Les oscillateurs mécaniques d'usage courant

#### Le pendule simple

La grandeur physique associée à l'oscillateur est l'angle  $\theta(t)$  appelé élongation angulaire.

$\theta(t)$  désigne l'écart angulaire entre la position du pendule à l'instant  $t$  et celle à l'équilibre.

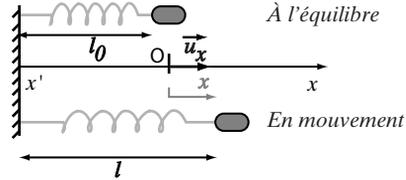
L'élongation  $\theta(t)$  est une grandeur algébrique.



### Le pendule élastique

La grandeur physique associée à l'oscillateur est l'élongation  $x(t)$ .  $x(t)$  désigne l'écart entre la position du pendule à l'instant  $t$  et celle à l'équilibre.

L'élongation  $x(t)$  est une grandeur algébrique.



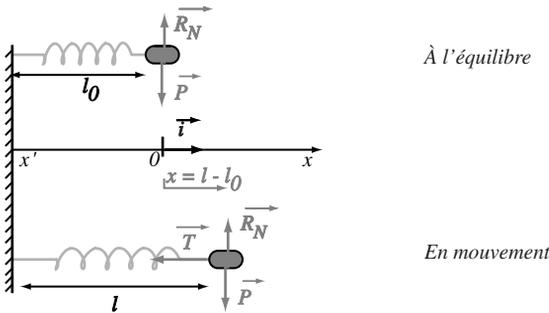
## 2. Étude du pendule élastique

### a. Étude dynamique

Le système étudié est le solide de masse  $m$  et de centre d'inertie  $G$ .

On écarte le solide de sa position d'équilibre de  $x = a$  puis on le lâche sans vitesse initiale.

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le système est soumis à trois forces : son poids  $\vec{P}$ , la réaction normale de l'axe  $\vec{R}_N$  et la force de rappel du ressort  $\vec{T}$ .



À l'équilibre :  $\vec{P} + \vec{R}_N = \vec{0}$ .

En mouvement :  $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{T} = m \vec{a}$

Après projection sur l'axe  $x'Ox$ , il vient :

$$-kx = m\ddot{x}, \text{ soit } \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Les solutions sont de la forme :  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$  avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

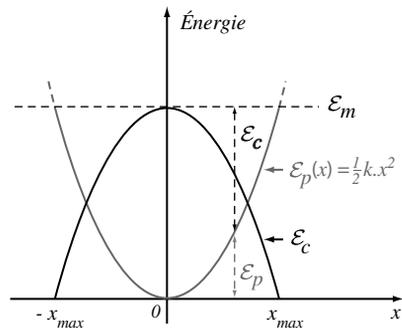
- Les oscillations d'un pendule élastique non amorti sont sinusoïdales (on dit aussi harmoniques).
- La période propre des oscillations est  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ .
- $T_0$  ne dépend que des paramètres mécaniques de l'oscillateur : son inertie (masse  $m$ ) et la constante  $k$  du ressort.

### b. Étude énergétique

L'énergie mécanique du système est égale à la somme de son énergie potentielle et de son énergie cinétique, soit :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_c \text{ avec } \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_p = \frac{1}{2}kx^2 \\ \text{et} \\ \mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \end{array} \right.$$

Les **transformations énergétiques**  $\mathcal{E}_p \rightleftharpoons \mathcal{E}_c$  du pendule élastique peuvent être suivies sur les diagrammes ci-contre.





- d. La période du mouvement du point  $M$  est  $T_0 = 4$  s.
- e. La fréquence du mouvement du point  $M$  est  $f = 0,5$  Hz.

4. Un bombardier chargé de détruire une cible, une usine pétrochimique, vole à l'altitude  $h = 2,5$  km selon un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse  $v_0$ .

En passant à la verticale d'un point  $H$  du sol, situé à la distance  $d = 2,5$  km du centre de l'usine, le bombardier largue une bombe sans vitesse initiale.

#### Données :

L'édifice de l'usine est un carré de 200 m de côté.

Les forces de frottement avec l'air sont négligeables.

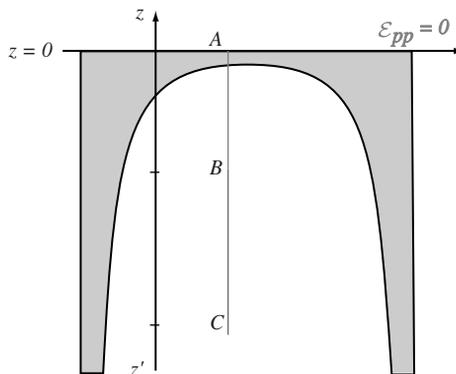
Vitesse du bombardier :  $v_0 = 396$  km  $\cdot$  h<sup>-1</sup>.

Intensité du champ de pesanteur supposée constante :  $g = 9,8$  m  $\cdot$  s<sup>-2</sup>

- a. La cible (centre de l'usine) sera atteinte.
- b. L'impact se produira à 200 m avant le centre de l'usine.
- c. L'impact se produira à 2 km après le centre de l'usine.
- d. L'impact se produira à 15 m avant le centre de l'usine.
- e. La cible ne sera pas atteinte.

#### L'énoncé suivant est commun aux questions 5 et 6.

Un sportif de masse  $m = 75$  kg effectue un saut à l'élastique en se lançant sans vitesse initiale d'un point  $A$  d'un pont situé au dessus d'une vallée (figure ci-après).



L'élastique a une longueur à vide  $l_0 = AB = 23 \text{ m}$  et sa masse est négligeable.

On prendra le point  $A$  comme origine des altitudes et des énergies potentielles de pesanteur. On négligera les frottements avec l'air.

**Donnée :**  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

5. La vitesse du sauteur au point  $B$  est :
- a.  $12,34 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$        b.  $21,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$        c.  $29,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 d.  $36,05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$        e.  $4,61 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
6. L'énergie mécanique du système {Terre - sauteur - élastique} vaut :
- a.  $-16,9 \cdot 10^3 \text{ J}$        b.  $-12,5 \cdot 10^3 \text{ J}$        c.  $+16,9 \cdot 10^3 \text{ J}$   
 d.  $0,0 \text{ J}$        e.  $+22,6 \cdot 10^3 \text{ J}$

**L'énoncé suivant est commun aux questions 7 et 8.**

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  peut se déplacer sur un axe  $Ox$ . En fonction de son abscisse  $x$  sur cet axe, l'énergie potentielle de  $M$  au voisinage de l'origine est donnée par :

$$\mathcal{E}_p(x) = -V_0(1 - 0,2x^2)$$

7. Quelle est l'expression de la force à laquelle est soumis  $M$  au voisinage de l'origine ?
- a.  $0,4V_0x$        b.  $-0,4V_0x$        c.  $-0,2V_0x$   
 d.  $-V_0\left(\frac{1}{x} - 0,2x\right)$        e.  $0,2V_0x^2$
8. Sous l'effet de cette force, le point  $M$  est animé d'un mouvement :
- a. Rectiligne uniforme  
 b. Uniformément accéléré  
 c. Sinusoïdale de période  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{0,4V_0}}$   
 d. Sinusoïdale de période  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0,4V_0}{m}}$   
 e. Aucune des propositions précédentes n'est correcte.